E-BOOK
MATERI TES AKADEMIK

MATEMATIKA

FUNGSI, KOMPOSISI FUNGSI, FUNGSI INVERS, DAN GRAFIK FUNGSI

A. FUNGSI

a. Definisi Relasi dan Fungsi

Relasi dari himpunan A ke himpunan B terjadi jika ada anggota A dan B yang berpasangan. Himpunan A disebut domain/daerah asal, himpunan B disebut daerah kawan/kodomain, dan himpunan bagian B yang berpasangan dengan A disebut daerah hasil atau range.

Fungsi adalah suatu relasi yang mengawankan setiap anggota domain dengan tepat satu kawan dengan anggota kodomain yang ditulis: $f: A \rightarrow B$.

b. Aljabar Fungsi

Jika f dan g suatu fungsi, operasi aljabar penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dapat dinyatakan sebagai berikut.

1. Penjumlahan f dan g
   $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
2. Pengurangan f dan g
   $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
3. Perkalian f dan g
   $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
4. Pembagian f dan g
   $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

B. FUNGSI KOMPOSISI

Sifat-sifat fungsi komposisi:

a. $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$

b. I adalah fungsi identitas yang mana $I(x) = x$ sehingga berlaku $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$ dan $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = I$

C. FUNGSI INVERS

Suatu fungsi mempunyai fungsi invers jika fungsi itu berkorespondensi satu-satu. Invers dari f(x) dinotasikan $f^{-1}(x)$ sehingga jika $f(x) = y$, $f^{-1}(y) = x$. Fungsi invers berlaku:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \quad \Leftrightarrow \quad f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

PERSAMAAN & FUNGSI KUADRAT

A. PERSAMAAN KUADRAT

Bentuk umum: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$.

Akar-akar: x_1 dan x_2

a. Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Teknik/cara yang dapat digunakan untuk menentukan akar persamaan kuadrat, yaitu:

1. Pemfaktoran

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$x = x_1 \vee x = x_2$

2. Rumus ABC

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \text{ dan } x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$D = b^2 - 4ac$ dan D adalah Diskriminan.

b. Jumlah dan Hasil Kali Akar-Akar Persamaan Kuadrat

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, berlaku:

1. Jumlah akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2. Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

3. Selisih akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1 - x_2 = \pm\frac{\sqrt{D}}{a}$$

c. Menyusun Persamaan Kuadrat Jika Diketahui Akar-Akarnya

Persamaan kuadrat dengan akar-akar baru y_1 dan y_2 dapat disusun dengan pola berikut.

$$x_2 - (y_1 + y_2)\, y_1 \cdot y_2 = 0$$

B. FUNGSI KUADRAT

Fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ memiliki koordinat titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$.

Yang mana titik potong sumbu X adalah ketika fungsi bernilai 0 ($y = 0$) dan titik potong sumbu Y adalah ketika nilai x sama dengan 0 ($x = 0$).

a. Kedudukan Garis Terhadap Grafik Fungsi Kuadrat

1. $D > 0$, grafik berpotongan di dua titik (memotong)
2. $D = 0$, grafik berpotongan di satu titik (menyinggung)
3. $D < 0$, grafik tidak berpotongan (terpisah)

b. Fungsi Kuadrat Definit Positif atau Negatif

1. Definit positif
   Syarat: $a > 0$ (grafik terbuka ke atas) dan $D < 0$ (grafik tidak memotong sumbu X)
2. Definit negatif
   Syarat: $a < 0$ (grafik terbuka ke bawah) dan $D < 0$ (grafik tidak memotong sumbu X)

SISTEM PERSAMAAN & SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINEAR

A. SISTEM PERSAMAAN LINEAR

a. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Pasangan terurut (x, y) dikatakan sebagai solusi (penyelesaian) dari sistem persamaan linear jika pasangan terurut (x, y) memenuhi sistem persamaan berikut:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Beberapa metode penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel, antara lain: metode substitusi, eliminasi, campuran, dan determinan matriks.

Metode Determinan:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}; D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}$$

b. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

SPLTV dengan variabel x, y, dan z dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Menyelesaikan SPLTV dapat dilakukan dengan menggunakan metode substitusi dan eliminasi seperti SPLDV.

B. SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINEAR

Suatu sistem (gabungan dua atau lebih) pertidaksamaan linear yang memuat dua variabel dinamakan sistem pertidaksamaan linear dua variabel. Himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear dua variabel merupakan irisan dari himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear yang terdapat pada sistem pertidaksamaan tersebut.

Dalam bentuk grafik pada bidang koordinat, himpunan penyelesaian itu berupa daerah yang dibatasi garis-garis dari sistem persamaan linearnya.

Bentuk umum dari pertidaksamaan linear dua variabel adalah:

$$\begin{cases} ax + by < c \\ ax + by > c \\ ax + by \le c \\ ax + by \ge c \end{cases}$$

Cara menentukan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear, yaitu:

a. Gambar garis $ax + by = c$

b. Lakukan uji titik dengan menggunakan titik sembarang di luar garis $ax + by = c$

c. Substitusikan titik sebarang ke bentuk pertidaksamaan, hasilnya antara lain:
   - Jika benar, himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang memuat titik sebarang tersebut.
   - Jika salah, titik sebarang tersebut bukan daerah himpunan penyelesaiannya.

PROGRAM LINEAR

Program linear adalah aplikasi dari sistem pertidaksamaan linear dua variabel atau tiga variabel yang digunakan untuk memecahkan masalah optimasi, seperti memaksimalkan atau meminimalkan suatu tujuan.

A. FUNGSI OBJEKTIF

Fungsi objektif adalah tujuan atau sasaran program linear yang berbentuk suatu fungsi untuk menentukan nilai maksimum atau nilai minimum dari suatu kondisi x dan y pada program linear. Fungsi obyektif dari program linear dapat dinyatakan dengan: $f(x, y) = z = ax + by$.

B. MENENTUKAN NILAI OPTIMUM FUNGSI OBJEKTIF

Nilai optimum dapat berupa nilai maksimum atau minimum. Nilai optimum dapat ditentukan dengan dua metode, antara lain:

a. Metode titik pojok (titik ekstrem)
b. Metode garis selidik

C. HIMPUNAN PENYELESAIAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR

Cara menentukan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear, yaitu:

a. Gambar garis $ax + by = c$
b. Lakukan uji titik dengan menggunakan titik sebarang di luar garis $ax + by = c$
c. Substitusikan titik sebarang ke bentuk pertidaksamaan, hasilnya antara lain:
   - Jika benar, himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang memuat titik sebarang tersebut.
   - Jika salah, titik sebarang tersebut bukan daerah himpunan penyelesaiannya.

D. MODEL MATEMATIKA

Model matematika adalah penerjemahan dari suatu kendala yang terdapat dalam masalah sehari-hari menjadi bahasa matematika (sistem pertidaksamaan linear). Cara membuat model matematika, yaitu dengan memisalkan kendala-kendala permasalahan ke dalam bentuk simbol matematika.

MATRIKS

Matriks adalah kumpulan bilangan yang disusun dengan baris dan kolom.

Ordo matriks = ukuran matriks = banyak baris × banyak kolom.

A. OPERASI PADA MATRIKS

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Dua atau lebih matriks dapat dijumlahkan/dikurangkan jika mempunyai ordo yang sama.

$$A+B=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1+b_1 & a_2+b_2 \\ a_3+b_3 & a_4+b_4 \end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1-b_1 & a_2-b_2 \\ a_3-b_3 & a_4-b_4 \end{pmatrix}$$

b. Perkalian dengan Skalar

Perkalian dengan skalar dapat dilakukan dengan cara mengalikan skalar dengan setiap elemen matriks.

$$kA=k\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ka_1 & ka_2 \\ ka_3 & ka_4 \end{pmatrix}$$

c. Perkalian Dua Matriks

Perkalian dua matriks dapat dilakukan dengan syarat kolom matriks pertama sama dengan baris matriks kedua dan menghasilkan matriks dengan ordo baris matriks pertama dan kolom matriks kedua, $A_{m\times n}\cdot B_{n\times o}=C_{m\times o}$

B. TRANSPOSE MATRIKS

Jika matriks $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$, transpose matriks A ditulis $A^t=\begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$

C. DETERMINAN MATRIKS

Jika matriks $P=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, determinan matriks P ditulis $|P|=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$

D. INVERS MATRIKS

Jika matriks $P=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, invers matriks P ditulis P^{-1}, dengan:

$$P^{-1}=\frac{1}{\det P}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Penyelesaian persamaan matriks:

$$AX=B \Leftrightarrow X=A^{-1}B$$

$$XA=B \Leftrightarrow X=BA^{-1}$$

BARISAN DAN DERET ARITMETIKA DAN GEOMETRI

A. BARISAN DAN DERET ARITMETIKA

a. Barisan Aritmetika

Barisan aritmetika adalah barisan bilangan yang hasil pengurangan setiap suku oleh suku sebelumnya selalu sama. Hasil pengurangan suku tersebut dinamakan beda (b).

Bentuk umum suku ke-n barisan aritmetika dituliskan sebagai berikut:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Keterangan:

U_n : suku ke-n
a : suku pertama = U_1
b : beda ($U_n - U_{n-1}$)
n : banyaknya suku

b. Deret Aritmetika

Deret aritmetika adalah penjumlahan dari suku-suku suatu barisan aritmetika. Bentuk umum rumus jumlah n suku pertama deret aritmetika dituliskan sebagai berikut:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)b] \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Keterangan:

S_n : jumlah n suku pertama

B. BARISAN DAN DERET GEOMETRI

a. Barisan Geometri

Barisan geometri adalah barisan bilangan yang hasil pembagian setiap suku oleh suku sebelumnya selalu sama. Hasil pembagian tersebut dinamakan rasio (r).

Bentuk umum suku ke-n barisan geometri dituliskan sebagai berikut:

$$U_n = ar^{n-1} \text{ atau } U_n = S_n - S_{n-1}$$

Keterangan:

r : rasio

Rumus rasio barisan geometri:

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Rumus suku tengah barisan geometri:

$$U_t = \sqrt{a \times U_n}$$

b. Deret Geometri

Deret geometri adalah penjumlahan dari suku-suku suatu barisan geometri. Bentuk umum jumlah n suku pertama deret geometri dituliskan sebagai berikut:

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ untuk } r \neq 1, r < 1$$

atau

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ untuk } r \neq 1, r > 1$$

c. Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri tak hingga terdiri atas dua bentuk:

1. Deret geometri konvergen (memusat)

   Jika $-1 < r < 1$ maka $S_\infty = \dfrac{a}{1-r}$

2. Deret geometri divergen (memencar)

   Jika $r \leq -1$ atau $r \geq 1$ maka $S_\infty = \pm\infty$

C. NOTASI SIGMA

Notasi sigma digunakan untuk mempersingkat bentuk penjumlahan yang memiliki suatu sifat.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n$$

LIMIT FUNGSI ALJABAR

A. LIMIT FUNGSI ALJABAR

a. Limit Tertentu

Jika f(a) pada fungsi f(x) terdefinisi maka:

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

b. Limit Tak Tentu

Jika f(a) pada fungsi f(x) tidak terdefinisi, harus diuraikan terlebih dahulu sehingga didapatkan bentuk tertentu dengan cara sebagai berikut.

1. Bentuk $\left(\frac{0}{0}\right)$

   Jika penyebut dan pembilang merupakan fungsi yang dapat difaktorkan, fungsi disederhanakan terlebih dahulu dengan menghilangkan faktor yang sama dari penyebut dan pembilang.

$$\lim_{x\to a} \frac{p_1(a)(x-a)}{p_2(a)(x-a)} = \lim_{x\to a} \frac{p_1(a)}{p_2(a)} = \frac{p_1(a)}{p_2(a)}$$

   Dalil L'Hospital, dalil ini dapat digunakan sebagai cara alternatif selain cara di atas.

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

2. Bentuk $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \ldots}{px^m + qx^{m-1} + \ldots} = \begin{cases} 0, \to n < m \\ \frac{a}{p}, \to n = m \\ \infty, \to n > m \end{cases}$$

3. Bentuk $(\infty - \infty)$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r} \right) = \begin{cases} -\infty, \to a < p \\ \frac{b-q}{2\sqrt{a}}, \to a = p \\ \infty, \to a > p \end{cases}$$

B. TEOREMA-TEOREMA LIMIT

Jika f(x) = k maka $\lim_{x\to a} f(x) = k$, dengan k konstanta, dan k, $a \in R$

Jika f(x) = fungsi x maka:

a. $\lim_{x\to a} f(x) = a$

b. $\lim_{x\to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

c. $\lim_{x\to a} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x\to a} f(x)$, k konstanta

d. $\lim_{x\to a} \{f(x) \cdot g(x)\} = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

e. $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$

f. $\lim_{x\to a} \{f(x)\}^n = \left\{\lim_{x\to a} f(x)\right\}^n$

C. KEKONTINUAN SUATU FUNGSI

a. f(x) harus terdefinisi di x = c

b. $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$ → ada atau memiliki nilai

c. $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$

TURUNAN FUNGSI ALJABAR

A. TURUNAN FUNGSI

a. Jika $f(x) = kx^n$, k adalah konstanta maka $f'(x) = k \cdot nx^{n-1}$

b. Jika $f(x) = k$ maka $f'(x) = 0$

c. Jika $f(x) = k(g(x))^n$ maka $f'(x) = k \cdot n \cdot g(x)^{n-1} \cdot g'x$

d. Jika $f(x) = u + v$ maka $f'(x) = u' + v'$

e. Jika $f(x) = u - v$ maka $f'(x) = u' - v'$

f. Jika $f(x) = \frac{u}{v}$ maka $f'(x) = \frac{u'v + uv'}{v^2}$

g. Jika $f(x) = u \cdot v$ maka $f'(x) = u'v + uv'$

B. TURUNAN FUNGSI KOMPOSISI DENGAN ATURAN RANTAI

Berikut ini aturan rantai untuk menyelesaikan turunan fungsi komposisi:

Jika $y = f(u)$ fungsi yang dapat diturunkan terhadap u dan $u = g(x)$ fungsi yang dapat diturunkan terhadap x, $y = (g(x))$ atau $(f \circ g)$ dapat diturunkan dengan aturan sebagai berikut.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \text{ atau } \frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \times \frac{du}{dx}$$

INTEGRAL TENTU DAN TAK TENTU FUNGSI ALJABAR

A. INTEGRAL TAK TENTU

$$\int ax^n\,dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + C$$

B. INTEGRAL TENTU

a. Teorema Dasar Kalkulus

1. *Teorema Dasar I Kalkulus*

   Teorema ini menjelaskan bahwa sebuah integral tak tentu dapat dibalikkan dengan menggunakan pendiferensial. Pernyataan formal dari Teorema I Kalkulus:

   Andaikan f kontinu pada interval tertutup [a, b] dan andaikan x sebarang titik (variabel) dalam (a, b) maka:

$$\frac{d}{dx}\int_0^x f(t)\,dt = f(x)$$

2. *Teorema Dasar II Kalkulus*

   Teorema ini berperan sebagai penghubung antara diferensiasi dan integrasi. Bagian teorema kalkulus ini memiliki aplikasi yang sangat penting karena ia dengan signifikan mempermudah perhitungan integral tertentu. Pernyataan formal dari Teorema Dasar II Kalkulus adalah:

   Misalkan f kontinu (karenanya terintegrasikan) pada [a, b] dan misalkan F sebarang anti-turunan pada [a, b] maka:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Hubungan ini dapat lebih jelas terlihat ketika kita menuliskan kembali simpulan untuk teorema dengan f(x) digantikan oleh g(x):

$$\int_a^b g'(x)\,dx = g(b) - g(a)$$

b. Sifat-Sifat Integral Tentu

1. $\int_a^a f(x)\,dx = 0$
2. $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$
3. $\int_a^b kf(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$
4. $\int_a^b f(x) \pm g(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$
5. $\int_a^c f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$

C. TEKNIK INTEGRASI

a. Pengintegralan dengan Substitusi

$$\int u^n \cdot u'\,dx = \frac{1}{n+1}u^{n+1} + C$$

$$\int k \cdot f(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$$

$$\int \left(f(x) + g(x)\right)dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$$

$$\int \left(f(x) - g(x)\right)dx = \int f(x)\,dx - \int g(x)\,dx$$

b. Integral Parsial

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

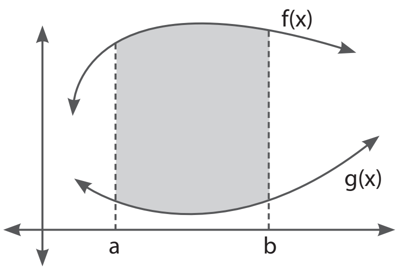
D. PENGGUNAAN INTEGRAL

a. Luas Daerah Antara Kurva dan Sumbu X

Misalkan S adalah daerah yang dibatasi oleh kurva y = fx, sumbu X, garis x = a, dan garis x = b. Dengan f(x) ≥ 0 pada (a, b), luas daerah S dapat ditentukan dengan rumus:

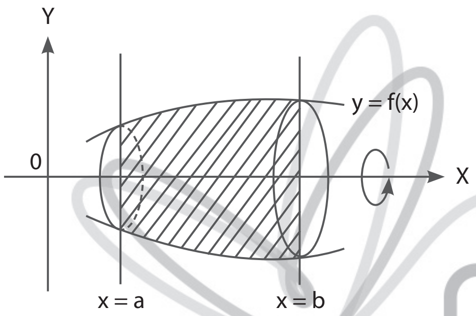
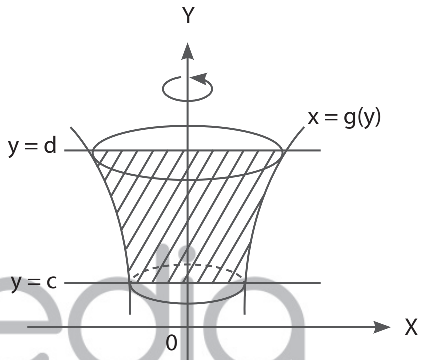
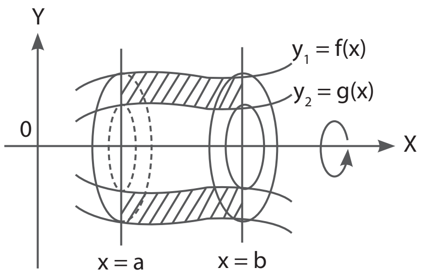
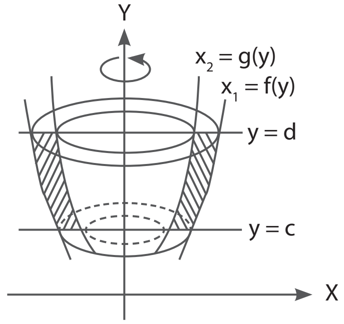
$$S=\int_a^b f(x)\,dx$$

b. Luas Daerah Antara Dua Kurva



Luas daerah yang diarsir: $L=\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)dx$

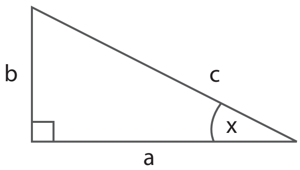
c. Volume Benda Putar

Volume benda putar dari daerah yang diputar sejauh 360° mengelilingi sumbu X: $V=\pi\int_a^b (f(x))^2\,dx$ atau $V=\pi\int_a^b y^2\,dx$ 	Volume benda putar dari daerah yang diputar sejauh 360° mengelilingi sumbu Y: $V=\pi\int_c^d (g(x))^2\,dy$ atau $V=\pi\int_c^d x^2\,dy$ 
Volume benda putar dari daerah antara dua kurva kurva yang diputar 360° terhadap sumbu Y: $V=\pi\int_a^b \left\{(f^2(x)-g^2(x)\right\}dx$ atau $V=\pi\int_a^b (y^2_1-y_2^2)\,dx$ 	Volume benda putar dari daerah antara dua kurva kurva yang diputar 360° terhadap sumbu X: $V=\pi\int_a^b \left\{(f^2(y)-g^2(y)\right\}dy$ atau $V=\pi\int_a^b (x^2_1-x_2^2)\,dy$ 

PERBANDINGAN TRIGONOMETRI

A. PERBANDINGAN TRIGONOMETRI DALAM SEGITIGA SIKU-SIKU

Dalam sebuah segitiga siku-siku ABC berlaku:



$$\sin x = \frac{b}{c}$$

$$\cos x = \frac{a}{c}$$

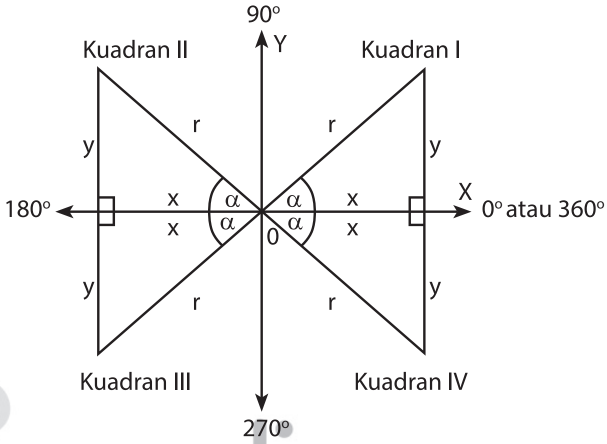
$$\tan x = \frac{b}{a}$$

B. SUDUT BERELASI

Tabel sudut berelasi dalam empat kuadran sebagai berikut:

Kuadran II	Kuadran I
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$	$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$
$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot\alpha$	$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot\alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$	$\sin(360^\circ + \alpha) = \sin\alpha$
$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$	$\cos(360^\circ + \alpha) = \cos\alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$	$\tan(360^\circ + \alpha) = \tan\alpha$
Kuadran III	**Kuadran IV**
$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$	$\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$
$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$	$\cos(270^\circ + \alpha) = \sin\alpha$
$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan\alpha$	$\tan(270^\circ + \alpha) = -\cot\alpha$
$\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$	$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$
$\cos(270^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$	$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos\alpha$
$\tan(270^\circ - \alpha) = \cot\alpha$	$\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$

Perhatikan diagram kartesian untuk empat kuadran sebagai berikut:



C. PERSAMAAN TRIGONOMETRI

a. Sinus

Jika $\sin x = \sin\alpha$, berlaku $x_1 = \alpha + k \cdot 360^\circ$

$$x_2 = (180^\circ - \alpha) + k \cdot 360^\circ$$

b. Cosinus

Jika $\cos x = \cos\alpha$, berlaku: $x = \pm\alpha + k \cdot 360^\circ$

c. Tangen

Jika $\tan x = \tan\alpha$, berlaku: $x = \alpha + k \cdot 180^\circ$

Keterangan: k = bilangan bulat = 0, 1, 2, ….

D. IDENTITAS TRIGONOMETRI

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

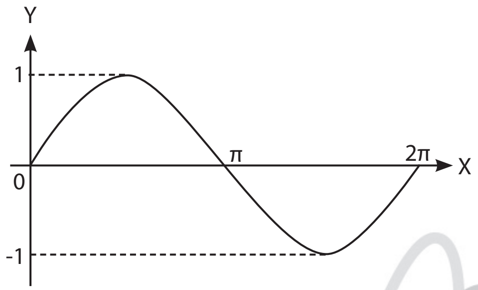
dengan

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

FUNGSI TRIGONOMETRI DAN GRAFIKNYA

A. GRAFIK FUNGSI y = sin x

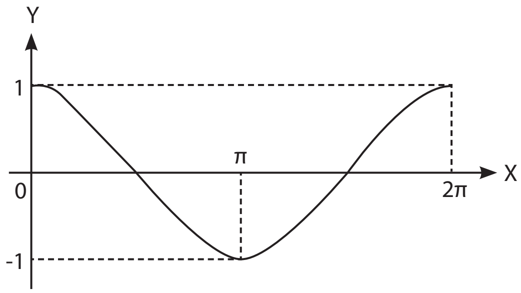


a. Fungsi y = a sin (kx) ± c

b. Periode fungsi = p = $\dfrac{360^\circ}{|k|} = \dfrac{2\pi}{|k|}$

c. Nilai maksimum dan minimum fungsi:
   1. Nilai maksimum = $|a| \pm c$
   2. Nilai minimum = $-|a| \pm c$

B. GRAFIK FUNGSI y = cos x

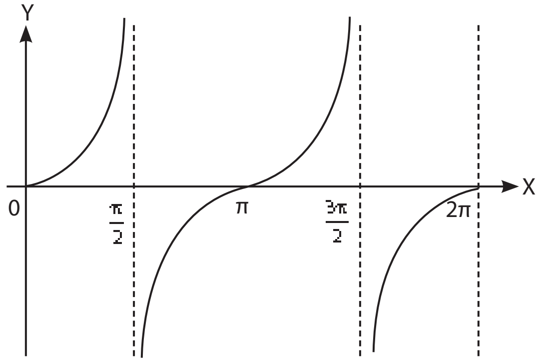


a. Fungsi y = a cos (kx) ± c

b. Periode fungsi = p = $\dfrac{360^\circ}{|k|} = \dfrac{2\pi}{|k|}$

c. Nilai maksimum dan minimum fungsi:
   1. Nilai maksimum = $|a| \pm c$
   2. Nilai minimum = $-|a| \pm c$

C. GRAFIK FUNGSI y = tan x



a. Fungsi y = a tan (kx) ± c

b. Periode fungsi = p = $\dfrac{180^\circ}{|k|} = \dfrac{\pi}{|k|}$

D. TRANSLASI GRAFIK FUNGSI TRIGONOMETRI

Dari bentuk: $y = f(x) = A \sin k(x \pm \theta) \pm C$

$y = f(x) = A \cos k(x \pm \theta) \pm C$

$y = f(x) = A \tan k(x \pm \theta) \pm C$

<u>Catatan</u>:

a. (+θ) → fungsi digeser **ke kiri** sejauh θ searah sumbu X

b. (–θ) → fungsi digeser **ke kanan** sejauh θ searah sumbu X

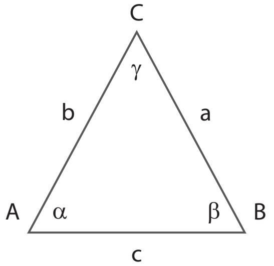
c. (+C) → fungsi digeser **ke atas** sejauh c searah sumbu Y

d. (–C) → fungsi digeser **ke bawah** sejauh c searah sumbu Y

ATURAN SINUS & COSINUS

A. ATURAN SINUS

Pada segitiga ABC berlaku:



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

B. ATURAN KOSINUS

Pada segitiga ABC berlaku:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ac\cos\gamma$$

C. LUAS SEGITIGA

Pada segitiga ABC berlaku:

$$L = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$
$$L = \frac{1}{2}ac\sin\beta$$
$$L = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$$

D. JUMLAH DAN SELISIH DUA SUDUT

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$
$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$
$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

E. SUDUT RANGKAP DAN SUDUT TENGAHAN

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x$$
$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$
$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

F. PERKALIAN SINUS DAN COSINUS

$$2\sin A\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$
$$2\cos A\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$
$$2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$
$$-2\sin A\sin B = \cos(A+B) - \cos(A-B)$$

G. PENJUMLAHANDANPENGURANGAN SINUS DAN KOSINUS

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{(\alpha+\beta)}{2}\cdot\cos\frac{(\alpha-\beta)}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{(\alpha+\beta)}{2}\cdot\sin\frac{(\alpha-\beta)}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta \quad 2\cos\frac{(\alpha+\beta)}{2}.\cos\frac{(\alpha \quad \beta)}{2}$$

$$\cos\alpha \quad \cos\beta \quad 2\sin\frac{(\alpha+\beta)}{2}.\sin\frac{(\alpha \quad \beta)}{2}$$

H. IDENTITAS TRIGONOMETRI

Dalam trigonometri juga berlaku sifat-sifat:

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$
$\frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta$	$\frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$
$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$	$1 + \cos^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

KEDUDUKAN DAN JARAK DARI TITIK,GARIS, DAN BIDANG

A. TITIK, GARIS, DAN BIDANG

a. Titik

Sebuah titik hanya dapat ditentukan oleh letaknya, tetapi tidak memiliki ukuran (besaran) sehingga dapat dikatakan titik tidak berdimensi. Sebuah titik dilukiskan dengan tanda noktah dan diberi huruf kapital.

b. Garis

Garis hanya mempunyai ukuran panjang, tetapi tidak mempunyai ukuran lebar. Garis merupakan himpunan titik-titik yang hanya memiliki ukuran panjang sehingga dikatakan garis berdimensi satu.

c. Bidang

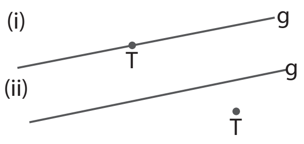
Bidang merupakan himpunan titik-titik yang memiliki ukuran panjang dan luas sehingga dapat dikatakan bidang berdimensi dua.

B. KEDUDUKAN TITIK, GARIS, DAN BIDANG PADA BANGUN RUANG

a. Kedudukan Titik Terhadap Garis

Jika diketahui sebuah titik T dan sebuah garis g, maka kemungkinannya antara lain:

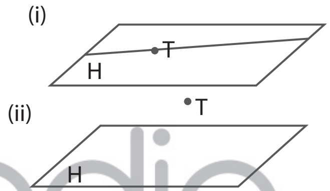
1. Titik T terletak pada garis g atau garis g melalui titik T (Gb. i)
2. Titik T berada di luar g, atau garis g tidak melalui titik T (Gb. ii)



b. Kedudukan Titik Terhadap Bidang

Jika diketahui sebuah titik T dan sebuah bidang H maka kemungkinannya antara lain:

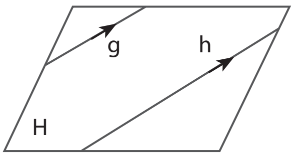
1. Titik T terletak pada bidang H atau bidang H melalui titik T (Gb. i)
   Kedudukan titik ini dapat ditunjukkan dengan menggambar sebuah garis bantuan pada bidang H.
2. Titik T tidak terletak pada bidang H atau bidang H tidak melalui titik T (Gb. ii).



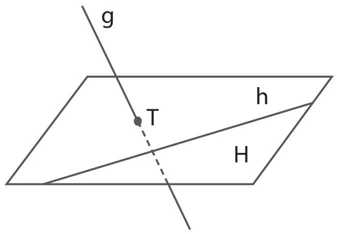
c. Kedudukan Dua Garis

Diketahui sebuah garis g dan sebuah garis h. Jika garis g dan garis h terletak pada sebuah bidang (misal H), kedudukan dua garis tersebut kemungkinannya:

1. Garis g dan h berimpit (g = h)
2. Garis g dan h berpotongan (pada sebuah titik)
   Jika keduanya tidak mempunyai titik persekutuan maka g // h.



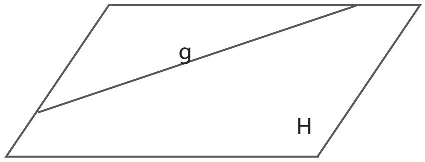
Jika garis g dan h tidak sebidang, dikatakan bahwa garis g dan h bersilangan (silang menyilang). Jadi, keduanya tidak sejajar dan juga tidak mempunyai titik persekutuan.



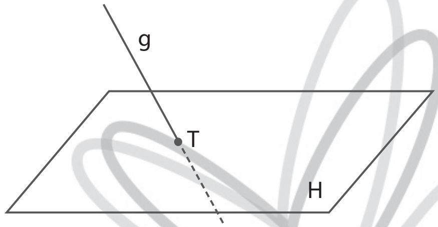
d. Kedudukan Garis Terhadap Bidang

Jika diketahui sebuah garis g dan sebuah bidang H, kemungkinannya antara lain:

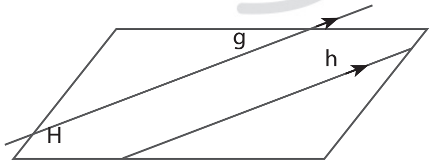
1. Garis g terletak pada bidang H atau bidang H melalui garis g



2. Garis g memotong bidang H atau garis g dan H berpotongan



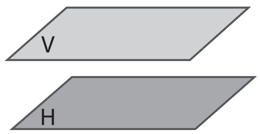
3. Garis g sejajar bidang H (g // H) atau bidang H sejajar garis g



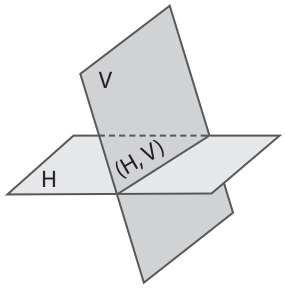
e. Kedudukan Dua Bidang

Jika diketahui bidang H dan V, terdapat dua kemungkinan:

1. Bidang H dan V sejajar dan keduanya sama sekali tidak mempunyai titik persekutuan.



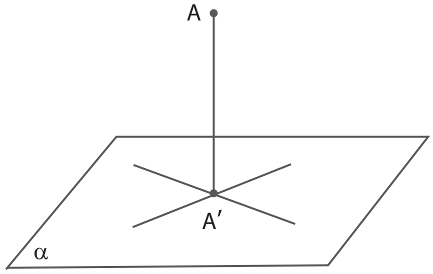
2. Bidang H dan V berpotongan pada sebuah garis. Garis potong ini biasa dilambangkan dengan (H, V)



C. PROYEKSI

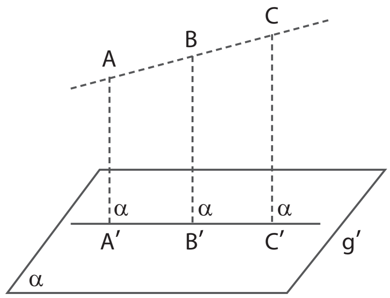
a. Proyeksi Titik pada Bidang

Proyeksi titik A pada bidang α dapat diperoleh dengan menarik garis tegak lurus dari titik A bidang α. Perpotongan garis tegak lurus dari titik A dengan bidang α, yaitu titik A'. A' disebut proyeksi titik A pada bidang α.



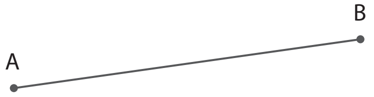
b. Proyeksi Garis pada Bidang

Proyeksi garis g pada bidang α dapat diperoleh dengan membuat proyeksi titik-titik yang terletak pada garis g ke bidang α. Selanjutnya, titik-titik hasil proyeksi ini dihubungkan sehingga diperoleh proyeksi garis g pada bidang α, yaitu g'.



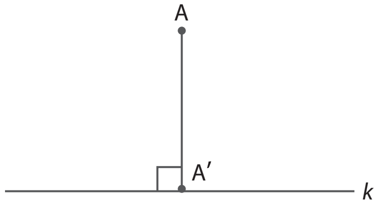
D. MENENTUKAN JARAK PADA BANGUN RUANG

a. Jarak Antara Dua Titik



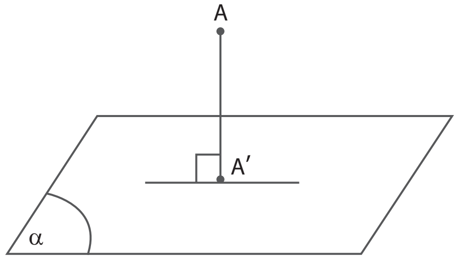
Jarak antara titik A dan titik B adalah ruas garis AB.

b. Jarak Antara Titik ke Garis



Titik A' adalah proyeksi titik A ke garis k. Jarak antara titik A ke garis k adalah AA'.

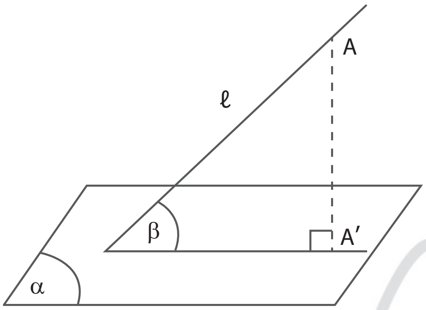
c. Jarak Titik ke Bidang



Titik A adalah proyeksi titik A ke bidang α. Jarak titik A ke bidang α adalah AA'.

BESAR SUDUT ANTARA GARIS DAN BIDANG, SERTA ANTARA DUA BIDANG

A. SUDUT ANTARA GARIS DAN BIDANG

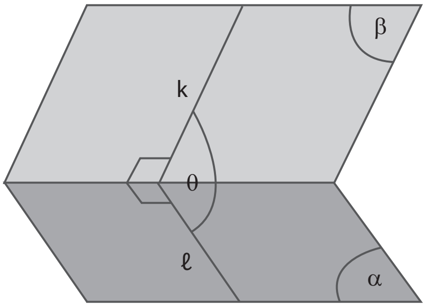


Cara mencari sudut antara garis dan bidang:

a. Proyeksikan garis ℓ ke bidang α.

b. Sudut yang terbentuk antara garis ℓ ke bidang α adalah β.

B. SUDUT ANTARA DUA BIDANG



Cara mencari sudut antara garis dan bidang:

a. Buatlah sebuah garis pada bidang α dan tegak lurus garis perpotongan dua bidang, yaitu garis k.

b. Buatlah sebuah garis pada bidang β dan tegak lurus garis perpotongan dua bidang, yaitu garis ℓ.

c. Sudut yang terbentuk antara antara bidang α dan bidang β sama dengan sudut yang terbentuk antara garis k dan garis ℓ, yaitu sudut θ.

PERSAMAAN LINGKARAN & GARIS SINGGUNG LINGKARAN

A. PERSAMAAN LINGKARAN

a. Persamaan Lingkaran dengan Pusat (0, 0) dan Jari-Jari r

$$x^2 + y^2 = r^2$$

b. Persamaan Lingkaran dengan Pusat (a, b) dan Jari-Jari r

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

c. Persamaan Lingkaran dengan Pusat (0, b) dan Jari-Jari x

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$$

d. Persamaan Lingkaran dengan Pusat (a, 0) dan Jari-Jari y

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$$

e. Persamaan Lingkaran dengan Pusat (a, b) dan Jari-Jari px + qy + r = 0

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = d^2$$

yang mana d adalah jari-jari lingkaran dengan:

$$d = \left|\frac{ap + bq + r}{\sqrt{p^2 + q^2}}\right|$$

f. Persamaan Lingkaran dengan Pusat (0, 0) dan Jari-Jari r

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

dengan pusat lingkaran $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$ dan jari-jari

$$r = \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} - C}$$

B. KEDUDUKAN GARIS TERHADAP LINGKARAN

Diketahui sebuah lingkaran dengan persamaan $L : x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ dan sebuah titik $A(x_1, y_1)$. Kedudukan titik $A(x_1, y_1)$ terhadap lingkaran L adalah: $L = x_1^2 + y_1^2 + 2ax_1 + 2by_1 + c$

C. PERSAMAAN GARIS SINGGUNG LINGKARAN

a. Diketahui Titik Singgungnya (x_1, y_1)

1. Persamaan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ di titik (x_1, y_1)
   $x_1x + y_1y = r^2$
2. Persamaan garis singgung pada lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ di titik (x_1, y_1)
   $$(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$$
3. Persamaan garis singgung di titik $P(x_1, y_1)$ pada lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
   $$x_1x + y_1y + \frac{A}{2}(x_1 + x) + \frac{B}{2}(y_1 + y) + C = 0$$

b. Diketahui Gradiennya (m)

Persamaan garis singgung dengan gradien m pada lingkaran yang berpusat di titik O (0, 0) dan jari-jari r sebagai berikut.

$y = mx \pm r\sqrt{1 + m^2}$

Persamaan garis singgung dengan gradien m pada lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$:

$$(y - b) = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

TRANSFORMASI GEOMETRI

Transformasi adalah pemetaan suatu objek (titik, garis, atau bidang) pada bidang yang sama.

A. JENIS-JENIS TRANSFORMASI

a. Translasi (pergeseran)

Jika titik A(x, y) digeser ke kanan sebesar a dan digeser ke atas sebesar b, koordinat akhir atau bayangan titik A adalah A', yang mana (x + a, y + b) dapat ditulis dengan:

$$A(x,y) \xrightarrow{T=\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x+a, y+b) \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

b. Refleksi (pencerminan)

1. Terhadap sumbu x

$$A(x,y) \xrightarrow{sb.X} A'(x,-y) \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

2. Terhadap sumbu y

$$A(x,y) \xrightarrow{sb.Y} A'(-x,y) \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

3. Terhadap garis y = x

$$A(x,y) \xrightarrow{y=x} A'(y,x) \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

4. Terhadap garis y = –x

$$A(x,y) \xrightarrow{y=-x} A'(-y,-x) \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

5. Terhadap titik asal O

$$A(x,y) \xrightarrow{O(0,0)} A'(-x,-y) \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

6. Terhadap garis x = h

$$A(x,y) \xrightarrow{x=h} A'((2h-x), y)$$

7. Terhadap garis y = k

$$A(x,y) \xrightarrow{y=k} A'(x, (2k-y))$$

c. Rotasi (perputaran)

Rotasi titik A(x, y) dengan pusat O (0, 0) sebesar α berlawanan arah jarum jam dapat ditulis dengan:

$$A(x,y) \xrightarrow{(O,\alpha)} A'(x',y') \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

d. Dilatasi (perbesaran atau perkalian)

Dilatasi titik A(x, y) dengan pusat O (0, 0) sebesar k dapat ditulis dengan:

$$A(x,y) \xrightarrow{[O,k]} A'(kx, ky) \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

B. MATRIKS YANG BERSESUAIAN DENGAN TRANSFORMASI

Matriks transformasi adalah suatu transformasi T yang memetakan sebuah titik pada bidang datar yang sama. Sebuah titik A(x, y) ditransformasikan menjadi titik A'(x', y') dinotasikan sebagai berikut.

$$T : A(x,y) \rightarrow A'(x',y')$$

Hubungan tersebut dapat ditulis sebagai

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Matriks $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ disebut sebagai matriks transformasi yang bersesuaian dengan transformasi T.

C. KOMPOSISI TRANSFORMASI

Komposisi transformasi adalah suatu objek yang ditransformasikan beberapa kali secara berurutan. Jika titik A(x, y) dengan pusat O(0, 0) ditransformasikan T_1 lalu dilanjutkan T_2, ditulis:

$$A(x, y) \xrightarrow{T_1 \bullet T_2} A'(x', y') \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T_2 \circ T_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

PENYAJIAN DATA SERTA UKURAN PEMUSATAN, LETAK, DAN PENYEBARAN DATA

A. PENYAJIAN DATA

Data statistika dapat disajikan dalam bentuk grafik, bagan, atau diagram. Jenis-jenis grafik, bagan, dan diagram, antara lain:

a. Histogram
b. Poligon
c. Ogive
d. Bagan melingkar
e. Grafik batang
f. Kartogram
g. Piktogram
h. Bagan piramida

B. STATISTIK DESKRIPTIF

a. Ukuran Pemusatan Data

1. *Rata-rata (mean)*

a) Data tunggal

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Keterangan:
$\bar{x}$: nilai rata-rata (mean)
n : banyak data

b) Data berkelompok

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1} x_i f_i}{\sum_{i=1} f_i}$$

Keterangan:
x_i : titik tengah kelas ke-i
f_i : frekuensi kelas ke-i

2. *Median*

Median adalah data yang berada tepat di tengah setelah data tersebut diurutkan. Pada data tunggal median merupakan data ke $\frac{1}{2}(n+1)$ atau $Me = X_{\frac{1}{2}(n+1)}$ sedangkan pada data berkelompok $Me = K_2$

3. *Modus*

Modus adalah data yang sering muncul atau berfrekuensi terbesar.

a) Data tunggal

Modus didefinisikan sebagai data yang paling sering muncul.

b) Data berkelompok

$$Mo = T_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \cdot p$$

Keterangan:
T_b : tepi bawah kelas
d_1 : selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya
d_2 : selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya
p : interval kelas

b. Ukuran Letak Data

1. *Kuartil ke-i*

a) Data tunggal

Kuartil (Ki) dalam data tunggal adalah nilai per empat setelah data diurutkan.

b) Data berkelompok

Dalam data berkelompok, jika kuartil (K_i) dengan i = 1 disebut kuartil bawah; i = 2 disebut median; i = 3 disebut kuartil atas.

$$K_i = T_b + \left(\frac{\frac{1}{4}n - f_k}{f_{Ki}}\right) \times p$$

Keterangan:

f_k : jumlah frekuensi kelas sebelum kuartil ke-i

f_{Ki} : frekuensi kelas kuartil ke-i

2. *Desil ke-i*

a) Data tunggal

Desil dalam data tunggal didefinisikan sebagai nilai per sepuluh setelah data diurutkan.

b) Data berkelompok

$$D_i = T_b + \left(\frac{\frac{1}{10}n - f_k}{f_{Di}}\right) \times p$$

Keterangan:

f_k : jumlah frekuensi kelas sebelum desil ke-i

f_{Di} : frekuensi kelas desil ke-i

3. *Persentil ke-i*

a) Data tunggal

Persentil adalah nilai per seratus setelah data diurutkan.

b) Data berkelompok

$$P_i = T_b + \left(\frac{\frac{1}{100}n - f_k}{f_{Pi}}\right) \times p$$

Keterangan:

f_k : jumlah frekuensi kelas sebelum persentil ke-i

f_{Pi} : frekuensi kelas persentil ke-i

c. Ukuran Penyebaran Data

1. *Jangkauan/Rentang (R)*

a) Data tunggal

Jangkauan (J) atau Rentang (R) didefinisikan sebagai selisih antara nilai terbesar dan nilai terkecil.

b) Data berkelompok

Jangkauan (J) atau Rentang (R) didefinisikan sebagai selisih antara titik tengah kelas tertinggi dengan titik tengah kelas terendah.

$$R = X_{maks} - X_{min}$$

2. *Simpangan rata-rata (Sr)*

a) Data tunggal

$$Sr = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

b) Data berkelompok

$$Sr = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

3. *Simpangan baku/standar deviasi (S)*

a) Data tunggal

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

b) Data berkelompok

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Nilai kuadrat dari standar deviasi (S^2) disebut varian atau ragam.

4. *Jangkauan kuartil (JK)*

Jangkauan kuartil dirumuskan:

$$JK = K_3 - K_1$$

5. *Simpangan kuartil (SK)*

Simpangan kuartil disebut juga jangkauan semi inter kuartil.

$$SK = \frac{1}{2}K_3 - K_1$$

6. *Koefisien keragaman (V)*

$$V = \frac{S}{x} \times 100\%$$

KAIDAH PENCACAHAN

A. FAKTORIAL

Faktorial adalah bentuk penyederhanaan dari perkalian berurutan.

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 2 \times 1$$

B. PERMUTASI

Permutasi adalah cara penyusunan unsur berbeda dengan memperhatikan urutan atau jabatan atau tingkatan.

a. Banyak Cara Mengambil n Unsur Dari m Unsur yang Tersedia

$$_{m}P_{n} = \frac{m!}{(m-n)!}, m > n$$

b. Banyak Cara Mengambil n Unsur Dari n Unsur yang Tersedia

$$_{n}P_{n} = n!$$

c. Banyak Permutasi m Unsur dengan x dan y Unsur yang Sama

$$_{m}P_{x,y} = \frac{m!}{x!\,y!}$$

d. Banyak Permutasi Siklis Dari n Unsur

$$P_{siklis} = (n-1)!$$

C. KOMBINASI

Kombinasi adalah cara penyusunan unsur berbeda dengan tidak memperhatikan urutan.

$$_{m}C_{n} = \frac{m!}{(m-n)!\,n!}, m > n$$

D. BINOMIAL NEWTON

$$C_n^{0} \cdot a^{n} + C_n^{1} \cdot a^{n-1} \cdot b^{1} + \ldots + C_n^{n-1} \cdot a \cdot b^{n-1} + C_n^{n} \cdot b^{n}$$

$$(a+b)^{n} = \sum_{i=0}^{i=n} C_n^{i} a^{n-i} b^{i}$$

MATEMATIKA

PELUANG SUATU KEJADIAN

A. PELUANG SUATU KEJADIAN

a. Kisaran Nilai Peluang

Nilai peluang suatu kejadian: $0 \le P(A) \le 1$

b. Peluang Kejadian P(A)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Keterangan:

n(A) : banyaknya titik sampel dari suatu kejadian

n(S) : banyaknya ruang sampel dari suatu kejadian (semua kemungkinan)

B. FREKUENSI HARAPAN

Peluang dapat diukur dengan frekuensi relatif ketika percobaan dilakukan dengan perulangan. Frekuensi relatif atau frekuensi harapan munculnya kejadian A dari n kali percobaan adalah:

$$F_h = n \times P(A)$$

Keterangan:

n : banyaknya percobaan

P(A) : peluang kejadian A

C. KOMPLEMEN SUATU KEJADIAN

Peluang komplemen kejadian $P(A^c)$ (yang bukan A):

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

D. PELUANG DUA KEJADIAN SALING LEPAS

Peluang kejadian saling lepas adalah peluang dua kejadian yang tidak mungkin terjadi bersamaan.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

E. PELUANG DUA KEJADIAN SALING BEBAS

Peluang dua kejadian saling bebas adalah peluang dua kejadian yang tidak saling berpengaruh.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Peluang gabungan dari dua kejadian disebut juga peluang kejadian tidak saling lepas (ada kemungkinan dua kejadian terjadi bersamaan).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

F. PELUANG KEJADIAN BERSYARAT

Peluang kejadian bersyarat adalah peluang yang mana kejadian kedua tergantung dari hasil kejadian pertama (A dan B tidak saling bebas).

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Keterangan:

P(A|B) : peluang kejadian A setelah terjadinya kejadian B.