

E-BOOK MATERI TES AKADEMIK

PENALARAN
NUMERIK

PENALARAN NUMERIK

A. BERHITUNG

a. Operasi Bilangan Bulat

1. Pengertian Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah himpunan bilangan yang terdiri dari bilangan bulat negatif, nol, dan bilangan bulat positif.

2. Operasi Bilangan Bulat

a) Penjumlahan

Berlaku sifat-sifat berikut.

- Komutatif: $A + B = B + A$
- Asosiatif: $(A + B) + C = A + (B + C)$

b) Pengurangan

Jika A dan B adalah bilangan bulat maka:

- $A - B = A + (-B)$
- $A + (-A) = 0$
- $-A + A = 0$

c) Perkalian

Jika A dan B adalah bilangan bulat positif maka berlaku sifat-sifat berikut.

- Komutatif: $A \times B = B \times A$
- Asosiatif: $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
- Distributif terhadap penjumlahan: $A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$
- Distributif terhadap pengurangan: $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

Perkalian bilangan bulat negatif mengikuti aturan sebagai berikut.

- $(-A) \times B = -(A \times B)$ atau $A \times (-B) = -(A \times B)$
- $(-A) \times (-B) = A \times B$

d) Pembagian

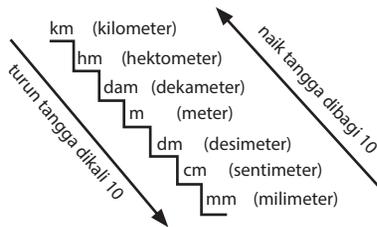
Jika A dan B adalah bilangan bulat maka berlaku operasi berikut.

- $A : B = A : B$
- $(-A) : B = -(A : B)$ atau $A : (-B) = -(A : B)$
- $(-A) : (-B) = A : B$

3. Satuan Bilangan

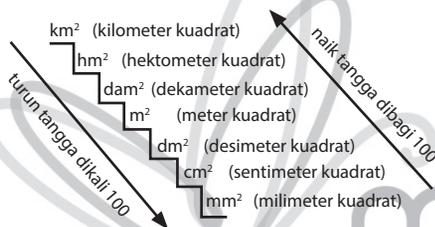
a) Satuan panjang

Perhatikan tangga konversi satuan panjang berikut.



b) Satuan luas

Perhatikan tangga konversi satuan luas berikut.



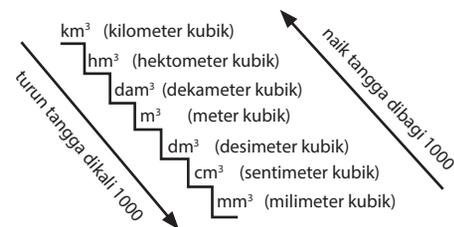
Satuan luas lainnya:

$$1 \text{ hm}^2 = 1 \text{ ha (hektare)}$$

$$1 \text{ dam}^2 = 1 \text{ are}$$

c). Satuan volume

Perhatikan tangga konversi satuan volume berikut.

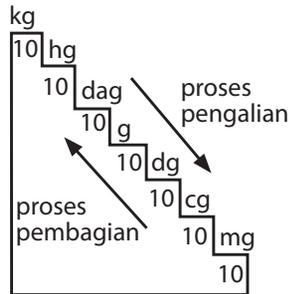


Satuan volume lainnya:

$$1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$$

d) Satuan massa

Perhatikan tangga konversi satuan massa berikut.



Satuan massa lainnya:

1 kuintal = 100 kg

1 ton = 1.000 kg

b. Pecahan

1. *Pengertian Pecahan*

a) Bentuk umum pecahan

Pecahan sederhana adalah suatu pecahan yang berbentuk $\frac{a}{b}$, dengan a merupakan pembilang dan b merupakan penyebut.

b) Jenis pecahan

Biasa	Campuran	Desimal	Persen (Per Seratus)
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10} = 0,4$	$\frac{40}{100} = 40\%$

c) Pecahan senilai

Dua pecahan atau lebih disebut senilai jika memiliki bentuk paling sederhana yang sama.

Contoh:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = \frac{2a}{3a}, \text{ dengan } a \text{ adalah bilangan asli}$$

2. *Operasi Bilangan Pecahan*

a) Penjumlahan dan pengurangan

- Penjumlahan

$$\frac{a}{p} + \frac{b}{p} = \frac{a+b}{p}$$

- Pengurangan

$$\frac{a}{p} - \frac{b}{p} = \frac{a-b}{p}$$

Pada operasi hitung ini berlaku sifat-sifat berikut.

Sifat komutatif: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

Sifat asosiatif: $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$

b) Perkalian dan pembagian

- Perkalian

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- Pembagian

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

c) Perpangkatan

Dengan menggunakan konsep $a^2 = a \times a$ maka

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$$

c. Akar Dan Pangkat

1. Bilangan Berpangkat

a) Jenis bilangan berpangkat

- Pangkat sebenarnya

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

- Pangkat nol

$$a^0 = 1 \text{ dengan } a \neq 0$$

- Pangkat negatif

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- Pecahan berpangkat

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ faktor}}$$

b) Operasi hitung bilangan berpangkat

Jika a dan b bilangan real, m dan n bilangan bulat, dan $a \neq 0$, $b \neq 0$, berlaku:

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq 0$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

- $(ab)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

2. Akar

a) Hubungan akar dengan pangkat

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \text{ atau } (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

b). Operasi hitung bentuk akar

1) Merasionalkan bentuk akar

$$\bullet \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$\bullet \frac{a}{b + \sqrt{c}} = \frac{a}{b + \sqrt{c}} \times \frac{b - \sqrt{c}}{b - \sqrt{c}} = \frac{a(b - \sqrt{c})}{b^2 - c}$$

$$\bullet \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$$

2) Penjumlahan dan pengurangan

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$$

$$a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a - b)\sqrt{c}$$

3) Perkalian

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \text{ dengan } a, b > 0$$

$$p\sqrt{a} \times q\sqrt{b} = (p \times q)\sqrt{a \times b}$$

4) Pembagian

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \text{ dengan } a \geq 0 \text{ dan } b > 0$$

$$\frac{p\sqrt{a}}{q\sqrt{b}} = \frac{p}{q} \sqrt{\frac{a}{b}}$$

d. Pertidaksamaan

1. *Bentuk Umum Pertidaksamaan*

Bentuk umum dari pertidaksamaan linear dua variabel adalah:

$$\begin{cases} ax + by < c \\ ax + by > c \\ ax + by \leq c \\ ax + by \geq c \end{cases}$$

2. Sifat-Sifat Pertidaksamaan

- a) Jika $a > b$ maka
 - $a + c > b + c$ dan $a - c > b - c$
 - $a \cdot p > b \cdot p$ untuk $p > 0$
 - $a \cdot p < b \cdot p$ untuk $p < 0$
- b) Jika $a > b$ dan $b > c$ maka $a > c$
- c) Jika $a > b$ dan $c > d$ maka $a + c > b + d$
- d) Jika $a > b > 0$ maka $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- e) Jika $\frac{a}{b} > 0$ maka $a \cdot b > 0$
- f) Jika $\frac{a}{b} < 0$ maka $a \cdot b < 0$

B. DERET

a. Pengertian Deret

Deret angka dan huruf digunakan untuk menguji peserta menentukan pola, baik angka maupun huruf, dari satu suku ke suku berikutnya.

Pola bilangan pada deret merupakan operasi bilangan matematika seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, penarikan akar, pemangkatan, atau gabungan dari beberapa operasi tersebut.

Pola dalam suatu deret dapat ditentukan dengan cara:

1. Perhatikan perubahan dari satu suku ke suku berikutnya, kemudian tentukan operasi apa yang berlaku untuk semua suku pada deretan tersebut.
2. Lihat perubahan di setiap dua suku yang berurutan, apakah selisihnya relatif kecil atau besar.
3. Anggap bahwa semua deret adalah satu larik, jika tidak ditemukan hubungan periksa dengan dua larik, dan seterusnya.
4. Jika beberapa larik polanya tidak ditemukan kekonsistenan, periksa dengan pola fibonacci.
5. Jangan abaikan satu angka pun dalam deretan karena semua suku harus diperhitungkan.

b. Jenis Deret

1. Satu Deret

Pola bilangan satu deret merupakan sebuah deretan angka atau huruf dengan pola yang dapat ditentukan oleh operasi aljabar antara satu suku dengan suku berikutnya.

2. Dua Deret

Pola bilangan dua deret ini merupakan sebuah deretan angka maupun huruf yang ditandai dengan tidak ada hubungan antara satu suku dengan suku lainnya.

c. Tipe Deret

1. Larik

a) Satu larik

Sebuah deret yang memiliki satu pola bilangan dan hubungan antarsukunya dapat ditentukan dengan mudah karena hanya satu pola.

b) Dua larik

Deret yang memiliki dua pola berbeda karena dibagi menjadi 2 larik atau 2 sub deret. Pola larik pertama pada suku ganjil, dan pola larik kedua pada suku genap.

c) Tiga larik

Deretan yang dibedakan menjadi 3 larik dengan pola yang masing-masing berbeda. Pola di setiap lariknya yaitu:

larik 1: U_1, U_4, U_7, \dots

larik 2: U_2, U_5, U_8, \dots

larik 3: U_3, U_6, U_9, \dots

d) Empat larik

Sebuah deret yang memiliki 4 larik atau subderet dengan pola yang berbeda. Polanya:

larik 1: U_1, U_5, U_9, \dots

larik 2: U_2, U_6, U_{10}, \dots

larik 3: U_3, U_7, U_{11}, \dots

larik 4: U_4, U_8, U_{12}, \dots

2. Tingkat

Tingkat merupakan tipe deret dengan ciri memiliki pola bilangan pada pola yang pertama yang telah ditentukan dan pada pola berikutnya atau yang disebut tingkat pada deretan tersebut pola bilangan lebih teratur hubungannya antara suku yang satu dengan suku lainnya.

3. Fibonacci

Tipe deret fibonacci merupakan tipe deret dengan ciri nilai pada suku berikutnya merupakan penjumlahan dua suku sebelumnya, dengan dua suku pertama merupakan nilai awal.

C. PERBANDINGAN KUANTITATIF

Tes perbandingan kuantitatif adalah menentukan hubungan antara dua variabel, apakah lebih kecil, lebih besar, sama, atau tidak berhubungan sama sekali. Model soal dalam perbandingan kuantitatif dapat diselesaikan dengan teknik sebagai berikut.

1. Jika kedua variabel dapat ditentukan nilainya dengan perhitungan maka hubungannya dapat dibandingkan.
2. Kedua variabel dapat ditentukan hubungannya dengan operasi pengurangan sebagai berikut:
 - Jika $x - y > 0$ maka $x > y$
 - Jika $x - y < 0$ maka $x < y$
 - Jika $x - y = 0$ maka $x = y$

3. Jika setelah dilakukan perhitungan, namun hubungan kedua variabel berbeda, artinya hubungan variabel-variabel tersebut tidak dapat ditentukan.

D. SOAL CERITA

a. Perbandingan

1. Perbandingan Senilai

Perbandingan senilai disebut juga perbandingan lurus antara dua variabel, misalkan A dan B dikali atau dibagi dengan bilangan yang sama maka besar perbandingannya tetap.

2. Perbandingan Berbalik Nilai

Perbandingan berbalik nilai, misalkan nilai A semakin besar maka nilai B semakin kecil.

3. Nilai Perbandingan

Jika $A : B = p : q$ maka berlaku

$$A = \frac{p}{q} \times B \text{ dan } B = \frac{q}{p} \times A$$

b. Sistem Persamaan Linear

1. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

SPLDV dengan variabel x dan y dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

2. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

SPLTV dengan variabel x, y, dan z dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

3. Metode Penyelesaian Sistem Persamaan Linear

a) Metode substitusi

Metode substitusi merupakan penyelesaian sistem persamaan linear dengan cara mengganti salah satu variabel.

$$\text{Misalkan: } x + 3y = 15 \Leftrightarrow x = 15 - 3y$$

b) Metode eliminasi

Metode eliminasi merupakan penyelesaian sistem persamaan linear dengan cara menghilangkan salah satu variabel dengan menyamakan koefisien yang terdapat di dalam persamaan. Cara menghilangkan variabel harus memperhatikan tanda (+)/(-). Apabila tandanya sama maka cara mengeliminasi dengan mengurangkan.

$$\text{Misalkan: (i) } 3x + 6y = 30 \Leftrightarrow x + 2y = 10; \text{ (ii) } x + 3y = 15$$

$$x + 3y = 15$$

$$\underline{x + 2y = 10 -}$$

$$y = 5$$

- c) Metode campuran
Metode campuran menggunakan dua jenis penyelesaian, yakni cara substitusi dan eliminasi secara bersamaan.

c. Aritmetika Sosial

1. Rumus-Rumus Terkait Jual Beli

Rumus-rumus aritmetika sosial terkait jual beli:

- a) Laba atau untung = harga jual – harga beli
 b) Rugi = harga beli – harga jual
 c) Persentase laba = $\frac{\text{laba}}{\text{harga beli}} \times 100\%$
 d) Persentase rugi = $\frac{\text{rugi}}{\text{harga beli}} \times 100\%$
 e) Harga jual = $\frac{100 + \text{persentase laba}}{100} \times \text{harga beli}$
 f) Harga jual = $\frac{100 - \text{persentase rugi}}{100} \times \text{harga beli}$
 7. Besar diskon = $\frac{\text{persentase diskon}}{\text{harga awal}} \times 100\%$
 8. Harga diskon = $\left(\frac{100 - \text{persentase diskon}}{100} \right) \times \text{harga awal}$

2. Bunga

Bunga dihitung berdasarkan persen nilai bunga secara periodik. Jika p adalah suku bunga dalam persen, M_0 adalah modal awal, dan t adalah waktu atau periode pembayaran maka besar bunga dapat dihitung dengan persamaan berikut.

- a) Bunga periode tahunan

$$\text{Bunga} = p \times M_0 \times t$$
 b) Bunga periode bulanan

$$\text{Bunga} = \frac{p \times M_0 \times t}{12}$$
 c) Bunga periode harian

$$\text{Bunga} = \frac{p \times M_0 \times t}{360}$$

d. Geometri Bidang Datar

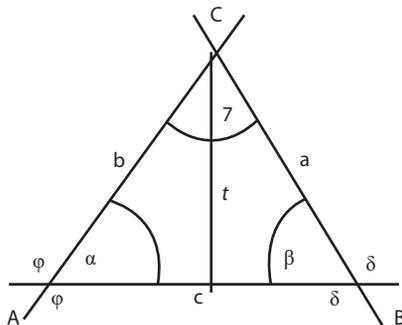
1. Pengertian Bidang Datar

Bidang datar (disebut bidang) adalah suatu bangun yang mempunyai dua dimensi, yakni panjang dan lebar. Jadi, suatu bidang datar pasti memiliki luas.

2. Jenis-Jenis Bangun Dimensi Dua

a) Segitiga

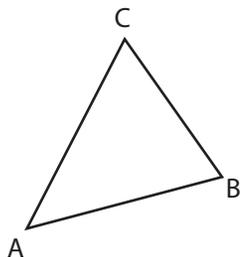
1) Ciri-ciri segitiga



- A, B, C disebut sudut segitiga ABC (Tulis: ΔABC)
- a, b, c disebut sisi-sisi ΔABC
- α, β, γ disebut sudut dalam segitiga, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- $\angle A, \angle B$, dan $\angle C$ adalah sudut luar ΔABC
- $\phi = \beta + \gamma, \delta = \alpha + \gamma, \gamma = \alpha + \beta$
- Keliling $\Delta ABC = a + b + c$
- Luas $\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot c \cdot t$

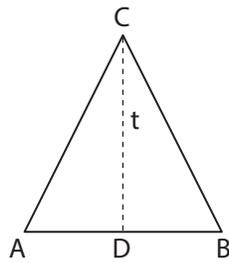
2) Jenis-jenis segitiga

- Segitiga lancip, jika ketiga sudutnya lancip (sudut $< 90^\circ$)
- Segitiga siku-siku, jika besar salah satu sudutnya 90° .
- Segitiga tumpul jika salah satu sudutnya adalah ($90^\circ < \text{sudut} < 180^\circ$)
- Segitiga sembarang



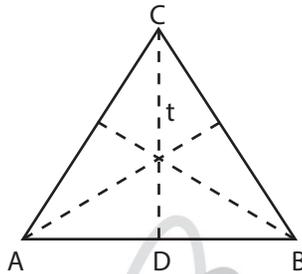
$AB \neq BC \neq AC; \angle A \neq \angle B \neq \angle C$

- Segitiga sama kaki



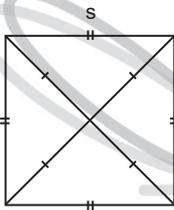
$$AC = CB; AD = DB; \angle A = \angle B$$

- Segitiga sama sisi



$$AB = BC = CA; \angle A = \angle B = \angle C$$

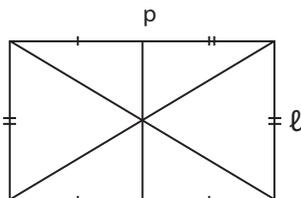
- b) Persegi (bujur sangkar)



Ciri ciri persegi:

- Sisi-sisinya sama panjang
- Memiliki empat buah sudut siku-siku
- Diagonal-diagonalnya sama panjang dan berpotongan tegak lurus satu sama lain
- Titik potong diagonal membagi diagonal menjadi dua bagian yang sama panjang
- memiliki empat sumbu simetri
- Keliling = $4 \times s$
- Luas = $s \times s$

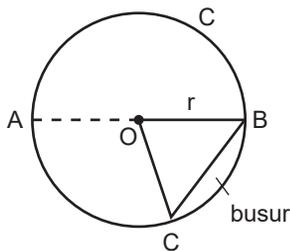
- c) Persegi panjang



Ciri-ciri persegi panjang:

- Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar. Sisi yang panjang disebut panjang (p) dan yang lebih pendek disebut lebar (l)
- Mempunyai empat sudut siku-siku
- Diagonal-diagonalnya sama panjang
- Titik potong diagonalnya membagi diagonal menjadi dua bagian yang sama
- Mempunyai dua sumbu simetri
- Keliling = $2(p + l)$
- Luas = $p \times l$

d) Lingkaran



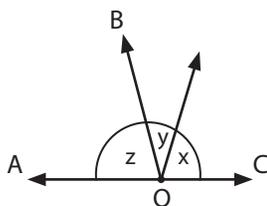
Ciri-ciri lingkaran:

- Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang mempunyai jarak yang sama terhadap titik tertentu.
- $AB = d = \text{diameter}$
- $OA = OB = r = \text{jari-jari}$
- $d = 2r$
- $BC = \text{busur}$
- $\overline{BC} = \text{tali busur}$
- Panjang tali busur $ACB = \frac{\angle AOB}{360^\circ} \times 2\pi r$
- Keliling = $2\pi r$
- Luas = πr^2
- Luas juring $AOB = \frac{\angle AOB}{360^\circ} \times \pi r^2$

3. Hubungan Sudut-Sudut

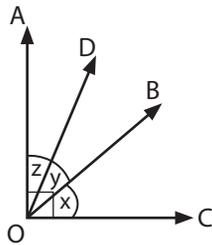
a) Hubungan antarsudut pada garis sejajar

1) Sudut berpelurus



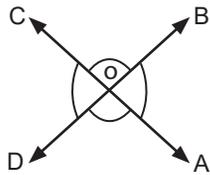
Sudut x , y , dan z disebut saling berpelurus maka $x + y + z = 180^\circ$

2) Sudut berpenyiku



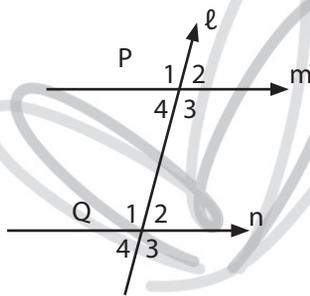
Sudut x , y , dan z disebut saling berpenyiku maka $x + y + z = 90^\circ$

3) Sudut bertolak belakang



- Sudut AOB bertolak belakang dengan sudut COD sehingga $\angle AOB = \angle COD$
- Sudut BOC bertolak belakang dengan sudut AOD sehingga $\angle BOC = \angle AOD$

b) Hubungan antarsudut pada dua garis sejajar



1) Sudut-sudut sehadap

- $\angle P_1$ sehadap dengan $\angle Q_1$ sehingga $\angle P_1 = \angle Q_1$
- $\angle P_2$ sehadap dengan $\angle Q_2$ sehingga $\angle P_2 = \angle Q_2$
- $\angle P_3$ sehadap dengan $\angle Q_3$ sehingga $\angle P_3 = \angle Q_3$
- $\angle P_4$ sehadap dengan $\angle Q_4$ sehingga $\angle P_4 = \angle Q_4$

2) Sudut-sudut dalam berseberangan

- $\angle P_3$ dan $\angle Q_1$ sehingga $\angle P_3 = \angle Q_1$
- $\angle P_4$ dan $\angle Q_2$ sehingga $\angle P_4 = \angle Q_2$

3) Sudut-sudut luar berseberangan

- $\angle P_1$ dan $\angle Q_3$ sehingga $\angle P_1 = \angle Q_3$
- $\angle P_2$ dan $\angle Q_4$ sehingga $\angle P_2 = \angle Q_4$

4) Sudut-sudut dalam sepihak

- $\angle P_4$ dan $\angle Q_1$ sehingga $\angle P_4 + \angle Q_1 = 180^\circ$
- $\angle P_3$ dan $\angle Q_2$ sehingga $\angle P_3 + \angle Q_2 = 180^\circ$

5) Sudut-sudut luar sepihak

- $\angle P_1$ dan $\angle Q_4$ sehingga $\angle P_1 + \angle Q_4 = 180^\circ$
- $\angle P_2$ dan $\angle Q_3$ sehingga $\angle P_2 + \angle Q_3 = 180^\circ$

